ESERCIZI SVOLTI SUL PRODOTTO FRA POLINOMI

ESERCIZIO 1

Il prodotto di polinomi

$$(a+b)(a+2b)=$$

si ottiene moltiplicando ciascun termine di $a+b$ per il binomio $a+2b$

$$=a(a+2b)+b(a+2b)=$$

dopodiché eseguiamo le moltiplicazioni tra i monomi per rispettivi polinomi, usando all'occorrenza la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base per determinare gli esponenti da attribuire alle varie lettere.

$$=a\cdot a+a\cdot 2b+b\cdot a+b\cdot 2b=$$

$$=a^{1+1}+2ab+ab+2b^{1+1}=$$

$$=a^2+2ab+ab+2b^2=$$

Si noti che il polinomio non è espresso in forma normale, infatti $2ab$ e ab sono due monomi simili che possono essere sommati tra loro

$$=a^2+(2+1)ab+2b^2=$$

$$=a^2+3ab+2b^2$$

Abbiamo finito!

ESERCIZIO 2

Per calcolare il prodotto di polinomi

$$(a-b)(2a-3b)=$$

bisogna moltiplicare ciascun termine di $a-b$ per il binomio $2a-3b$, vale a dire:

$$=a(2a-3b)-b(2a-3b)=$$

A questo punto, svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi per i rispettivi polinomi: basta usare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

In questo passaggio, interviene la regola dei segni, che ci fornisce i segni da attribuire ai prodotti parziali. Ci serve, inoltre, la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, con cui ricaviamo gli esponenti da dare alle varie lettere.

$$=a\cdot 2a+a\cdot(-3b)-b\cdot(2a)-b\cdot(-3b)=$$

$$=2a^{1+1}-3ab-2ab+3b^{1+1}=$$

$$=2a^2-3ab-2ab+3b^2=$$

Si noti che il polinomio ottenuto non è ridotto in forma normale, infatti vi troviamo due monomi simili che possono essere sommati tra loro: nulla di complicato, è sufficiente sommare algebricamente i loro coefficienti.

$$=2a^2+(-3-2)ab+3b^2=$$
$$=2a^2+(-5)ab+3b^2=2a^2-5ab+3b^2$$

Abbiamo finito.

ESERCIZIO 3

Per calcolare il prodotto di polinomi

$$(-x-2a)(1-2a) =$$

bisogna innanzitutto moltiplicare ciascun termine di $-x-2a$ per il binomio $1-2a$, ossia:

$$= -x(1-2a) - 2a(1-2a) =$$

dopodiché svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi e i polinomi corrispondenti: nulla di complicato, basta rifarsi alla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione!

$$= -x \cdot 1 - x \cdot (-2a) - 2a \cdot 1 - 2a \cdot (-2a) =$$

Usiamo la regola dei segni, in combinazione con la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, per svolgere i prodotti rimasti.

$$= -x + 2ax - 2a + 4a^2$$

Poiché non ci sono monomi simili, l'esercizio può considerarsi concluso.

ESERCIZIO 4

Esprimere in forma normale il seguente prodotto di polinomi

$$(1-x)(4-x^3)$$

Per calcolare il prodotto tra due polinomi, basta sommare i prodotti che si ottengono moltiplicando ciascun termine del primo polinomio - detto moltiplicando - per tutti i termini del secondo - detto moltiplicatore, dopodiché sommeremo gli eventuali monomi simili.

Dopo il brevissimo ripasso teorico, calcoliamo il prodotto

$$(1-x)(4-x^3) =$$

moltiplicando ciascun termine di $1-x$ per il binomio $4-x^3$

$$= 1\cdot(4-x^3) - x\cdot(4-x^3) =$$

A questo punto, svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi e i polinomi associati.

$$= 1\cdot 4 + 1\cdot(-x^3) - x\cdot 4 - x\cdot(-x^3) =$$

Si noti che nel passaggio precedente, abbiamo applicato la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

Portiamo a termine i semplici calcoli, usando la regola dei segni, per stabilire il segno da attribuire ai vari prodotti, e la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, grazie alla quale determiniamo i gradi da dare alle varie lettere.

$$= 4 - x^3 - 4x + x^{1+3} =$$

$$= 4 - x^3 - 4x + x^4$$

L'esercizio è concluso perché nel polinomio non compaiono monomi simili, per cui è già espresso in forma normale.

ESERCIZIO 5

Esprimere in forma normale il prodotto della seguente moltiplicazione tra polinomi

$(3+a)(4-a)$

Prima di dedicarci all'esercizio, proponiamo un breve ripasso teorico. Il prodotto di due polinomi è un polinomio i cui termini si ottengono moltiplicando ciascun termine del primo per tutti i termini dell'altro. Naturalmente, se il caso lo richiede, possiamo ridurre i monomi simili.

Occupiamoci dell'esercizio: il nostro obiettivo è determinare il prodotto di:

$$(3+a)(4-a) =$$

e il primo passaggio prevede di sommare i prodotti tra i termini di $3+a$ e il binomio $4-a$, ossia:

$$= 3 \cdot (4-a) + a \cdot (4-a) =$$

A questo punto svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi per i polinomi associati, rifacendoci alla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

$$= 3 \cdot 4 + 3 \cdot (-a) + a \cdot 4 + a \cdot (-a) =$$

Portiamo a termine i calcoli, usando all'occorrenza sia la regola dei segni, sia la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base: le due proprietà ci servono per stabilire il segno da attribuire ai vari prodotti e gli esponenti da dare alle varie lettere, rispettivamente.

$$= 12 - 3a + 4a - a^{1+1} =$$

$$= 12 - 3a + 4a - a^2 =$$

Non abbiamo ancora finito! Il polinomio risultante non è ridotto in forma normale, giacché sono presenti due monomi simili che possiamo sommare tra loro.

$$= 12 + (-3+4)a - a^2 =$$

$$= 12 + a - a^2$$

Ora l'esercizio è concluso.

ESERCIZIO 6

Per determinare il prodotto di polinomi

$$(x^2+x+1)(x-1)=$$

occorre sommare tra loro i prodotti tra ciascun termine del primo polinomio per il secondo, ossia:

$$=x^2\cdot(x-1)+x\cdot(x-1)+1\cdot(x-1)=$$

dopodiché bisogna eseguire le moltiplicazioni tra i monomi per i rispettivi polinomi.

$$=x^2\cdot x+x^2\cdot(-1)+x\cdot x+x\cdot(-1)+1\cdot x+1\cdot(-1)=$$

A questo punto, portiamo a termine i calcoli, sfruttando la regola dei segni, con cui stabiliamo il segno da attribuire ai coefficienti numerici, e la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, utile per determinare gli esponenti delle varie lettere.

$$=x^{2+1}-x^2+x^2-x+x-1=$$

$$=x^3-x^2+x^2-x+x-1=$$

Il polinomio ottenuto non è ridotto in forma normale, infatti sono presenti monomi simili che vanno sommati tra loro.

$$=x^3+(-1+1)x^2+(-1+1)x-1=$$

$$=x^3+0\cdot x^2+0\cdot x-1=$$

$$=x^3-1$$

Ora che il risultato è espresso in forma normale, possiamo mettere un punto all'esercizio.

ESERCIZIO 7

Per determinare il prodotto tra polinomi

$$(-3x+3y-1)(3x-2y)=$$

scriviamo la somma tra i prodotti di ciascun termine del primo polinomio per il secondo, ossia:

$$=-3x\cdot(3x-2y)+3y\cdot(3x-2y)-1\cdot(3x-2y)=$$

dopodiché svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi e i polinomi associati: nulla di complicato, basta attenersi alla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

$$=-3x\cdot(3x)+(-3x)\cdot(-2y)+3y\cdot(3x)+3y\cdot(-2y)+(-1)\cdot(3x)+(-1)\cdot(-2y)=$$

Portiamo a termine i vari prodotti, avvalendoci della regola dei segni (fornisce i segni ai coefficienti dei vari prodotti) e della regola sul prodotto di due potenze con la stessa base (fornisce gli esponenti da attribuire alle lettere dei prodotti).

$$=-9x^{1+1}+6xy+9xy-6y^{1+1}-3x+2y=$$

$$=-9x^2+6xy+9xy-6y^2-3x+2y=$$

Non abbiamo ancora finito: il risultato non è ridotto in forma normale! Notiamo, infatti, che vi compaiono due monomi simili che possiamo sommare (sono $6xy$ e $9xy$).

$$=-9x^2+(6+9)xy-6y^2-3x+2y=$$

$$=-9x^2+15xy-6y^2-3x+2y$$

Ecco fatto!

ESERCIZIO 8

L'esercizio ci chiede di svolgere la moltiplicazione tra polinomi

$$\left(\frac{3}{4}a-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{4}a\right)=$$

Il primo passaggio prevede di addizionare tra loro i prodotti tra ciascun termine del primo polinomio per il secondo, vale a dire:

$$=\frac{3}{4}a\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{4}a\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{4}a\right)=$$

dopodiché moltiplichiamo i monomi per i polinomi corrispondenti, attenendoci fedelmente alla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

$$=\frac{3}{4}a\cdot\left(\frac{4}{3}\right)+\frac{3}{4}a\cdot\left(-\frac{3}{4}a\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}a\right)=$$

Per svolgere i calcoli rimasti, avvaliamoci della regola dei segni, che fornisce i segni da dare ai coefficienti numerici, e della regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, con cui calcoliamo gli esponenti da attribuire alle varie lettere.

$$=\left[\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}\right]a+\left[\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]a^{1+1}+\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}\right)+\left[-\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]a=$$

$$=\left[\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}\right]a+\left[\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]a^{2}+\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}\right)+\left[-\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]a=$$

Eseguiamo le operazioni tra le frazioni, semplificando in croce ove necessario, e riportiamo il risultato.

$$=a-\frac{9}{16}a^2-\frac{16}{9}+a=$$

Il prodotto non è ancora ridotto in forma normale, infatti possiamo sommare tra loro i monomi simili con parte letterale a.

$$=(1+1)a-\frac{9}{16}a^2-\frac{16}{9}=$$

$$=2a-\frac{9}{16}a^2-\frac{16}{9}$$

Ora l'esercizio è concluso!

ESERCIZIO 9

Il nostro compito consiste nell'esprimere in forma normale il seguente prodotto di polinomi

$$\left(\frac{2}{3}x^2 - x\right)\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) =$$

Per portarlo a termine, sommiamo i prodotti di ciascun termine del primo polinomio per il secondo

$$= \frac{2}{3}x^2\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) - x\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) =$$

dopodiché svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi per i rispettivi polinomi: in buona sostanza, usiamo la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, grazie alla quale ci riconduciamo all'espressione:

$$= \frac{2}{3}x^2\left(\frac{1}{4}x^2\right) + \frac{2}{3}x^2\left(-\frac{1}{3}x\right) + \frac{2}{3}x^2\left(\frac{1}{2}\right) + (-x)\left(\frac{1}{4}x^2\right) + (-x)\left(-\frac{1}{3}x\right) +$$

$$+ (-x)\left(\frac{1}{2}\right) =$$

A questo punto è sufficiente svolgere le moltiplicazioni tra i monomi, usando come si devono:

- la regola dei segni, che permette di determinare i segni da dare ai coefficienti numerici;

- la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, mediante la quale ricaviamo gli esponenti da attribuire alle lettere.

$$= \left[\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\right]x^{2+2} + \left[\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\right]x^{2+1} + \left[\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\right]x^2 - \frac{1}{4}x^{1+2} + \frac{1}{3}x^{1+1} - \frac{1}{2}x =$$

$$= \left[\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\right]x^4 + \left[\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\right]x^3 + \left[\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\right]x^2 - \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x =$$

Svolgiamo il prodotto tra le frazioni, semplificandole in croce se possibile

$$= \left[\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right]x^4 + \left[\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\right]x^3 + \left[\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1}\right]x^2 - \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x =$$

$$= \frac{1}{6}x^4 - \frac{2}{9}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x =$$

Purtroppo non abbiamo ancora finito! Il polinomio risultante non è ridotto in forma normale, per via dei monomi simili che vi compaiono: per concludere l'esercizio occorre sommare tra loro i monomi simili.

$$= \frac{1}{6}x^4 + \left(-\frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right)x^3 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)x^2 - \frac{1}{2}x =$$

Dopo averle espresso a denominatore comune, addizioniamo le frazioni racchiuse dalle parentesi

$$= \frac{1}{6}x^4 + \left(\frac{-8-9}{36}\right)x^3 + \left(\frac{1+1}{3}\right)x^2 - \frac{1}{2}x =$$

e riportiamo il risultato finale!

$$= \frac{1}{6}x^4 - \frac{17}{36}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}x$$

È fatta!

ESERCIZIO 10

Svolgere il seguente prodotto di polinomi

$$(x^2-0,3)(0,1\ x^3-1,2\ x^2+0,2)$$

Prima di dedicarci allo svolgimento della moltiplicazione tra polinomi

$$(x^2-0,3)(0,1\ x^3-1,2\ x^2+0,2)$$

bisogna esprimere i coefficienti decimali nelle rispettive frazioni generatrici.

Ricordiamo che la frazione generatrice associata a un numero decimale finito ha:

- per numeratore il numero privato della virgola;

- per denominatore un uno seguito da tanti zeri quante sono le cifre della parte decimale.

Se possibile, inoltre, è buona abitudine ridurre la frazione ai minimi termini.

Seguiamo questo schema per ricavare le frazioni generatrici associate ai numeri decimali

- $0,3=\frac{3}{10}$
- $0,1=\frac{1}{10}$
- $1,2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$
- $0,2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

dopodiché le sostituiamo nell'espressione

$$(x^2-0,3)(0,1\ x^3-1,2\ x^2+0,2)=$$

che diviene:

$$= \left(x^2 - \frac{3}{10}\right)\left(\frac{1}{10}x^3 - \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{5}\right) =$$

Procediamo con i passaggi algebrici: scriviamo la somma dei prodotti tra ciascun termine del primo polinomio e il secondo

$$= x^2\left(\frac{1}{10}x^3 - \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{3}{10}\right)\left(\frac{1}{10}x^3 - \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{5}\right) =$$

dopodiché eseguiamo le moltiplicazioni tra i monomi e i polinomi associati: basta distribuire i monomi a ciascun termine dei polinomi.

$$= x^2\left(\frac{1}{10}x^3\right) + x^2\left(-\frac{6}{5}x^2\right) + x^2\left(\frac{1}{5}\right) +$$

$$+ \left(-\frac{3}{10}\right)\left(\frac{1}{10}x^3\right) + \left(-\frac{3}{10}\right)\left(-\frac{6}{5}x^2\right) + \left(-\frac{3}{10}\right)\left(\frac{1}{5}\right) =$$

Svolgiamo i calcoli rimasti: moltiplichiamo tra loro i coefficienti, usando la regola dei segni per stabilire il segno corretto da attribuire loro, e la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base per determinare gli esponenti da dare alle varie lettere.

$$= \frac{1}{10}x^{2+3} - \frac{6}{5}x^{2+2} + \frac{1}{5}x^2 + \left[-\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{10}\right]x^3 + \left[-\frac{3}{10}\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)\right]x^2 + \left(-\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{5}\right) =$$

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{1}{5}x^2 + \left[-\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{10}\right]x^3 + \left[-\frac{3}{10} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)\right]x^2 + \left(-\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{5}\right) =$$

Calcoliamo il prodotto tra le frazioni, semplificandole in croce se possibile.

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{3}{100}x^3 + \left[-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)\right]x^2 - \frac{3}{50} =$$

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{3}{100}x^3 + \frac{9}{25}x^2 - \frac{3}{50} =$$

Attenzione! Non abbiamo ancora terminato: purtroppo il polinomio non è ridotto in forma normale, infatti compaiono due monomi simili a x^2 che vanno sommati algebricamente.

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \left(\frac{1}{5} + \frac{9}{25}\right)x^2 - \frac{3}{100}x^3 - \frac{3}{50} =$$

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \left(\frac{5+9}{25}\right)x^2 - \frac{3}{100}x^3 - \frac{3}{50} =$$

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{14}{25}x^2 - \frac{3}{100}x^3 - \frac{3}{50}$$

Ora l'esercizio è concluso!

ESERCIZIO 11

Esprimere in forma normale il seguente prodotto tra polinomi

$$(0,41\overline{6}\ x^2 - 1,\overline{09})(1,\overline{6}\ x^2 + 0,\overline{6}x - 1)$$

Prima di svolgere i passaggi algebrici che consentono di calcolare il prodotto tra polinomi

$$(0,41\overline{6}\ x^2 - 1,\overline{09})(1,\overline{6}\ x^2 + 0,\overline{6}x - 1)$$

occorre associare a ciascun numero periodico la propria frazione generatrice.

Ricordiamo che la frazione generatrice associata a un numero periodico è quella frazione che ha:

- al numeratore la differenza tra il numero privato della virgola e il numero formato dalle cifre che non compongono il periodo;

- al denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo, seguiti da tanti zeri quante sono le cifre dell'antiperiodo.

Infine, ma non meno importante, riduciamo la frazione ai minimi termini, se possibile.

Nel nostro caso, le frazioni associate ai numeri periodici sono:

$$0,41\overline{6} = \frac{416-41}{900} = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$$

$$1,\overline{09} = \frac{109-1}{99} = \frac{108}{99} = \frac{12}{11}$$

$$1,\overline{6} = \frac{16-1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$0,\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

e, una volta rimpiazzate nell'espressione, il prodotto

$$(0,41\overline{6}\ x^2 - 1,\overline{09})(1,\overline{6}\ x^2 + 0,\overline{6}x - 1) =$$

si riscrive nella forma equivalente come:

$$= \left(\frac{5}{12}x^2 - \frac{12}{11}\right)\left(\frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 1\right) =$$

A questo punto, sommiamo i prodotti che si ottengono moltiplicando ciascun termine del primo polinomio per il secondo

$$= \frac{5}{12}x^2\left(\frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 1\right) + \left(-\frac{12}{11}\right)\left(\frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 1\right) =$$

e svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi e i polinomi associati: dal punto di vista teorico, non stiamo facendo altro che usare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

$$= \frac{5}{12}x^2 \cdot \left(\frac{5}{3}x^2\right) + \frac{5}{12}x^2 \cdot \left(\frac{2}{3}x\right) + \frac{5}{12}x^2 \cdot (-1) +$$

$$+ \left(-\frac{12}{11}\right)\left(\frac{5}{3}x^2\right) + \left(-\frac{12}{11}\right)\left(+\frac{2}{3}x\right) + \left(-\frac{12}{11}\right) \cdot (-1) =$$

Portiamo a termine i calcoli, moltiplicando tra loro i coefficienti e le parti letterali. Si noti che per moltiplicare tra loro le parti letterali, dobbiamo avvalerci della regola sul prodotto di due potenze con la stessa base, grazie alla quale determiniamo gli esponenti da attribuire a ciascuna lettera delle parti letterali.

$$= \left[\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{3}\right]x^4 + \left[\frac{5}{12}\cdot\frac{2}{3}\right]x^3 - \frac{5}{12}x^2 + \left[-\frac{12}{11}\cdot\frac{5}{3}\right]x^2 + \left[-\frac{12}{11}\cdot\frac{2}{3}\right]x + \frac{12}{11} =$$

Svolgiamo le moltiplicazioni tra le frazioni, usando la regola dei segni per determinare i segni ai vari prodotti.

$$= \frac{25}{36}x^4 + \frac{5}{18}x^3 - \frac{5}{12}x^2 - \frac{20}{11}x^2 - \frac{8}{11}x + \frac{12}{11} =$$

Non abbiamo ancora finito: il polinomio ottenuto non è espresso in forma normale, infatti vi compaiono due monomi simili che possono essere sommati tra loro.

$$= \frac{25}{36}x^4 + \frac{5}{18}x^3 + \left(-\frac{5}{12} - \frac{20}{11}\right)x^2 - \frac{8}{11}x + \frac{12}{11} =$$

Addizioniamo le frazioni, dopo averle espresse a denominatore comune

$$= \frac{25}{36}x^4 + \frac{5}{18}x^3 + \left(\frac{-55-240}{132}\right)x^2 - \frac{8}{11}x + \frac{12}{11} =$$

$$= \frac{25}{36}x^4 + \frac{5}{18}x^3 - \frac{295}{132}x^2 - \frac{8}{11}x + \frac{12}{11}$$

È fatta!

ESERCIZIO 12

Per calcolare il prodotto tra polinomi

$$(5x^{n+1} - 2x^n - 3)\left(2x^3 + x^{2n+1} - 3\right) =$$

bisogna, prima di tutto scrivere la somma dei prodotti che si ottengono moltiplicando ciascun termine del primo polinomio per il secondo, vale a dire:

$$= 5x^{n+1}(2x^3 + x^{2n+1} - 3) + (-2x^n)(2x^3 + x^{2n+1} - 3) + (-3)(2x^3 + x^{2n+1} - 3) =$$

A questo punto, svolgiamo le moltiplicazioni tra i monomi e i polinomi corrispondenti: in questo passaggio usiamo implicitamente la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

$$= 5x^{n+1} \cdot 2x^3 + 5x^{n+1} \cdot x^{2n+1} + 5x^{n+1} \cdot (-3) +$$

$$+ (-2x^n) \cdot (2x^3) + (-2x^n) \cdot (x^{2n+1}) + (-2x^n) \cdot (-3) +$$

$$+ (-3)(2x^3) + (-3)x^{2n+1} + (-3) \cdot (-3) =$$

Per portare a termine i calcoli, moltiplichiamo tra loro i coefficienti e le parti letterali, usando per quest'ultime la regola sul prodotto di due potenze con la stessa base: è proprio grazie a questa proprietà che riusciamo a determinare gli esponenti delle lettere.

$$= [5 \cdot 2]x^{n+1+3} + [5 \cdot 1]x^{n+1+2n+1} + [5 \cdot (-3)]x^{n+1} +$$

$$+ [-2 \cdot 2]x^{n+3} + [-2 \cdot 1]x^{n+2n+1} + [-2 \cdot (-3)]x^n +$$

$$+ [-3 \cdot 2]x^3 - 3x^{2n+1} + [(-3) \cdot (-3)] =$$

Esplicitiamo i prodotti, avvalendoci della regola dei segni per stabilire i segni da attribuire ai coefficienti, e sommiamo i monomi simili agli esponenti.

$$= 10x^{n+4} + 5x^{3n+2} - 15x^{n+1} - 4x^{n+3} - 2x^{3n+1} + 6x^n - 6x^3 - 3x^{2n+1} + 9$$

Poiché non ci sono monomi simili, il polinomio è espresso in forma normale e, di conseguenza, l'esercizio è concluso!